



## Zestaw 24

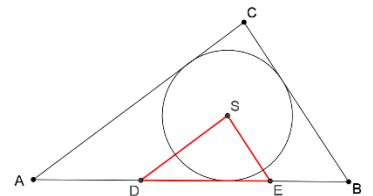
---

### KLASY PIERWSZE I DRUGIE

1. Rozstrzygnij, czy można liczby 1, 2, 3, ..., 18 rozstawić w wierzchołkach i na środkach krawędzi ośmiościanu foremnego tak, aby każda liczba leżąca na krawędzi ośmiościanu była średnią arytmetyczną liczb leżących na jej końcach.
2. Wyznacz wszystkie liczby naturalne  $a, b$ , aby liczba  $n$  spełniająca równanie też była naturalna.

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = n$$

3. Punkt  $S$  jest środkiem okręgu wpisanego w trójkąt  $ABC$ .  $D$  i  $E$  są takimi punktami boku  $AB$ , że odcinek  $DS$  jest równoległy do boku  $AC$ , a odcinek  $ES$  – do boku  $BC$ . Udowodnij, że obwód trójkąta  $DES$  jest równy długości odcinka  $AB$ .



### KLASY TRZECIE I CZWARTE

1. Współczynniki  $a, b, c, d$  wielomianu  $W(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$  są liczbami całkowitymi nieparzystymi. Udowodnij, że wielomian ten nie posiada pierwiastków całkowitych.
2. Dany jest trójkąt  $ABC$ . Punkt  $D$  leży na boku  $AB$  tak, że  $AD:DB = 2:1$ , zaś punkt  $E$  leży na boku  $BC$  tak, że  $BE:EC = 1:3$ . Odcinki  $AE$  i  $CD$  przecinają się w punkcie  $F$ . Oblicz stosunek pola trójkąta  $ADF$  do pola trójkąta  $ABC$ .
3. Dany jest trapez, w którym suma kątów przy podstawie wynosi  $90^\circ$ , a ramiona mają długości 15 i 36. Oblicz długość odcinka łączącego środki podstaw.