



## Zestaw 4

---

### KLASY PIERWSZE I DRUGIE

1. Dziadek ma dwa razy tyle lat, ile miała babcia wtedy, gdy dziadek miał tyle, ile babcia ma teraz. Razem mają 140 lat. Po ile lat liczy każde z nich?
2. Udowodnij, że dla każdej liczby naturalnej  $n$  liczba  $n^5 - n$  jest podzielna przez 5.
3. Rozszyfruj poniższy przykład na dodawanie, w którym jednakowym literom odpowiadają jednakowe cyfry, a różnym literom – różne cyfry (wystarczy podać rozwiązanie bez uzasadnienia, że jest ono jedynym).

$$\begin{array}{r} A B C D E E \\ + A F F F H E H \\ \hline F H H A B C D H E \end{array}$$

### KLASY TRZECIE I CZWARTE

1. Na ile sposobów można  $n$  kul rozmieścić w  $n$  pudełkach tak, żeby dokładnie dwa pudełka zostały puste? Załóż, że  $n \geq 3$  oraz zarówno kule jak i pudełka są między sobą rozróżnialne.
2. Dany jest prawidłowy ostrosłup czworokątny. Pole przekroju płaszczyzną przechodzącą przez przekątną podstawy i równoległą do krawędzi bocznej skośnej względem tej przekątnej jest równe  $P$ . Pole przekroju płaszczyzną przechodzącą przez środki dwóch sąsiednich boków podstawy i środek wysokości ostrosłupa wynosi  $S$ . Oblicz iloraz  $\frac{P}{S}$ .
3. Dla jakich  $x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$  liczby

$$\operatorname{tg}(x), 1, \frac{\cos(x)}{1+\sin(x)}$$

w podanej kolejności są trzema początkowymi wyrazami rosnącego ciągu arytmetycznego  $(a_n)$ ? Dla dowolnego  $n \in \mathbb{N}$  oblicz sumę  $a_n + a_{n+1} + \dots + a_{2n}$ .