



Zestaw 5

KLASY PIERWSZE I DRUGIE

1. Na przedłużeniu przeciwprostokątnej AB trójkąta prostokątnego ABC odłożono takie odcinki AD i BE , że $AD = AC$ i $BE = BC$. Wyznacz miarę kąta DCE .
2. Rozwiąż w liczbach całkowitych równanie
$$x \cdot y \cdot (x + 2025y) = 2025^{2024}$$
3. Punkt P jest dowolnym punktem wewnętrznym trójkąta równobocznego ABC . Odległości punktu P od boków BC, CA, AB są równe odpowiednio x, y, z . Wykaż, że dla danego trójkąta równobocznego $x + y + z$ jest wielkością stałą.

KLASY TRZECIE I CZWARTE

1. Punkt P leży na okręgu opisanym na trójkącie równobocznym ABC . Udowodnij, że jeden z odcinków AP, BP, CP ma długość równą sumie długości dwóch pozostałych.
2. Udowodnij, że jeżeli liczby a, b, c są dodatnie oraz $ab + bc + ca = 1$, to
$$a + b + c \geq \sqrt{3}$$
3. Rozwiąż równanie

$$\left(x^2 + \frac{1}{2}\right)^{\cos 2x} \left(x^2 + \frac{1}{2}\right)^{\sin 2x} = 1$$