

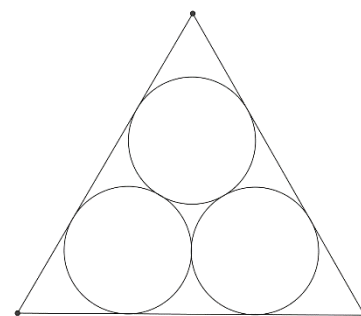


Zestaw 8

KLASY PIERWSZE I DRUGIE

1. Udowodnij, że jeżeli $x^2 + \frac{1}{x^2}$ jest liczbą całkowitą, to również $x^4 + \frac{1}{x^4}$ jest liczbą całkowitą.
2. Liczby rzeczywiste a, b, c, d spełniają równości
$$(a + b)(c + d) = (a + c)(b + d) = (a + d)(b + c)$$

Udowodnij, że co najmniej trzy z liczb a, b, c, d są równe.
3. Dane są trzy parami styczne zewnętrznie okręgi o promieniu 1. Wyznacz pole trójkąta, którego boki są odcinkami stycznych.



KLASY TRZECIE I CZWARTE

1. Dane są punkty $A = (-5, 0), B = (-3, -4), C = (3, 4), M = (7, 1)$. Z punktu M poprowadzono styczne k i l do okręgu opisanego na trójkącie ABC . Oblicz pole trójkąta KLM , gdzie K i L są punktami styczności prostych k i l z tym okręgiem.
2. Oblicz sumę n początkowych wyrazów ciągu (a_n) , w którym $a_1 = 3, a_2 = 33, a_3 = 333, a_4 = 3333, \dots$
3. W półokrąg o promieniu R wpisano trapez, w którym ramię jest nachylone pod kątem α do podstawy będącej średnicą okręgu. Oblicz pole trapezu.