



Zestaw 11

KLASY PIERWSZE I DRUGIE

1. Rozwiąż w liczbach całkowitych równanie:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2}$$

2. Rozwiąż w liczbach całkowitych równanie:

$$2^x(6 - x) = 8x$$

3. W czworokącie $ABCD$ punkt E jest punktem przecięcia przekątnych. Udowodnij, że jeżeli pola trójkątów AED i BEC są równe, to czworokąt $ABCD$ jest trapezem.

KLASY TRZECIE I CZWARTE

1. Sześciokąt $ABCDEF$ jest wypukły oraz $AB = BC, CD = DE, EF = FA$. Wykaż, że proste zawierające wysokości trójkątów BCD, DEF, FAB , poprowadzone odpowiednio z wierzchołków C, E, A , przecinają się w jednym punkcie.

2. Niech a i b będą dwiema liczbami rzeczywistymi, przy czym $a > b$. Udowodnij, że

$$a^3 - b^3 \geq ab^2 - a^2b$$

3. Odcinek CT jest wysokością trójkąta ABC , w którym kąt ACB jest prosty. Okrąg o środku C i promieniu CT oraz okrąg opisany na trójkącie ABC przecinają się w punktach P i Q . Dowieść, że prosta PQ przechodzi przez środek odcinka CT .