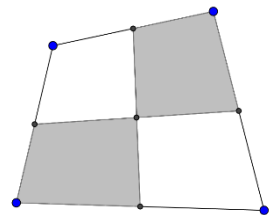




Zestaw 13

KLASY PIERWSZE I DRUGIE

1. Udowodnij, że dla każdej liczby pierwszej p większej od 3 liczba $p^2 - 1$ jest podzielna przez 24.
2. Wyznacz liczbę par (x, y) liczb całkowitych spełniających równanie
$$x^4 = y^4 + 1223334444.$$
3. Czworokąt wypukły podzielono na cztery części łącząc środki jego boków jak na rysunku. Wykaż, że suma pól części zacienionych jest równa sumie pól części niezacienionych.



KLASY TRZECIE I CZWARTE

1. Udowodnij, że jeżeli przez punkt H przechodzą trzy okręgi o jednakowych promieniach, a punkty A, B, C są różnymi od H punktami przecięć tych okręgów, to H jest ortocentrum trójkąta ABC .
2. Na rysunku punkty A' i B' są spodkami wysokości, a punkt M jest środkiem boku AB . Udowodnij, że punkt M jest środkiem łuku $A'B'$ okręgu dziewięciu punktów trójkąta ABC .
3. Odcinek AB ślizga się po ramionach kąta prostego w ten sposób, że punkt A należy do jednego ramienia, a punkt B do drugiego. Jaki kształt będzie miała droga, którą przebędzie środek odcinka AB . Odpowiedź uzasadnij.

