



Zestaw 15

KLASY PIERWSZE I DRUGIE

1. Kogut kosztuje 5 monet, kura 3 monety, a za jedną monetę można kupić 3 kurczęta. Za 100 monet kupiono 100 ptaków. Ile było wśród nich kogutów, kur i kurcząt?
2. Rozstrzygnij, czy istnieje taka liczba rzeczywista x , dla której liczby $x + \sqrt{2}$ i $x^2 + \sqrt{2}$ są wymierne.
3. Dane są nieujemne liczby wymierne a i b . Udowodnij, że jeżeli suma $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ jest wymierna, to każda z liczb \sqrt{a} , \sqrt{b} jest wymierna.

KLASY TRZECIE I CZWARTE

1. Na okręgu o środku O obrano punkt A , przez który poprowadzono styczną do okręgu oraz sieczną przecinającą okrąg w punkcie B . Sieczna okręgu przechodząca przez jego środek i prostopadła do odcinka OB przecina sieczną AB w punkcie C , a styczną w punkcie D . Wykaż, że trójkąt ACD jest równoramienny.
2. Wykaż, że dla dowolnej liczby całkowitej n większej od 3 iloczyn liczby utworzonej z ostatniej cyfry liczby 2^n i liczby utworzonej przez pozostałe cyfry tej liczby jest zawsze podzielny przez 6.
3. Znajdź najmniejszą taką liczbę naturalną n , że dla każdej liczby całkowitej dodatniej k liczba $n + 2^k$ ma co najmniej dwa różne dzielniki pierwsze.