



## Zestaw 17

---

### KLASY PIERWSZE I DRUGIE

1. Znajdź wszystkie trójki liczb całkowitych nieujemnych  $a, b, c$  spełniające układ równań:

$$\begin{cases} a + bc = 3b \\ b + ca = 3c \\ c + ab = 3a \end{cases}$$

2. Rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} a^2 + 24 = 9b + \frac{a + c}{2} \\ b^2 + 24 = 9c + \frac{b + a}{2} \\ c^2 + 24 = 9a + \frac{c + b}{2} \end{cases}$$

3. Ile dzielników ma liczba  $2^2 \cdot 3^5 + 2 \cdot 3^6 + 2^3 \cdot 3^7$ ?

### KLASY TRZECIE

1. Uzasadnij, że dla dowolnej liczby naturalnej  $n$ :

$$(n + 1)(n + 2)(n + 3) \cdot \dots \cdot 2n = 2^n \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n - 1)$$

2. Wiadomo, że liczba  $a$  jest  $n$  razy większa od liczby  $b$ , a suma liczb  $a$  i  $b$  jest  $m$  razy większa od ich różnicy. Znaleźć sumę  $m + n$ , wiedząc, że  $m$  i  $n$  należą do liczb naturalnych.

3. Dany jest pięciokąt wypukły  $ABCDE$ , w którym  $BC = CD$ ;  $DE = EA$ ;  
 $\sphericalangle BCD = \sphericalangle DEA = 90^\circ$ . Wykaż, że z odcinków o długościach  $AC, CE, EB$  można zbudować trójkąt oraz wyznacz miary jego kątów, znając miarę  $\alpha$  kąta  $ACE$  i miarę  $\beta$  kąta  $BEC$ .