



## Zestaw 18

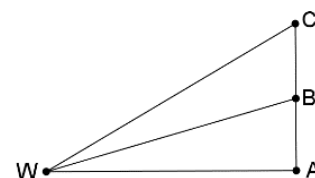
---

### KLASY PIERWSZE I DRUGIE

1. Operacją nazwiemy przyporządkowanie trójki liczb  $(a, b, c)$  nowej trójki liczb  $(b + c, c + a, a + b)$ . Po wykonaniu 2026 takich operacji na otrzymywanych trójkach liczb, startując od trójki  $(1, 3, 5)$  otrzymano  $(x, y, z)$ . Ile wynosi różnica  $x - y$  ?
2. Rozwiąż układ równań:

$$ab = 1 \quad bc = 2 \quad cd = 3 \quad de = 4 \quad ea = 5$$

3. Punkty  $W, A, B, C$  są położone na płaszczyźnie tak, jak na rysunku obok (punkty  $A, B, C$  są współliniowe, kąt  $WAC$  jest prosty). Z punktów  $A, B$  i  $C$  widać wierzchołek wieży, której podstawa znajduje się w punkcie  $W$  odpowiednio pod kątami  $60^\circ, 45^\circ, 30^\circ$ . Wykaż, że  $AB = BC$ .



### KLASY TRZECIE I CZWARTE

1. Dany jest trójkąt  $ABC$  o polu równym 1, w którym długości boków spełniają nierówności:  $a \geq b \geq c$ . Udowodnij, że  $b \geq \sqrt{2}$ .
2. W trójkącie  $ABC$   $CD$  jest dwusieczną. Udowodnij, że  $CD^2 = ab \left(1 - \frac{c^2}{(a+b)^2}\right)$ .
3. Czworokąt  $ABCD$  wpisany jest w okrąg. Na tym okręgu leży punkt  $P$ . Udowodnij, że iloczyn odległości punktu  $P$  od prostych  $AB$  i  $CD$  jest równy iloczynowi odległości punktu  $P$  od prostych  $BC$  i  $DA$ .