



Zestaw 16

KLASY PIERWSZE I DRUGIE

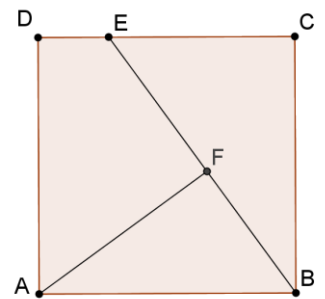
1. Udowodnij, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y, z zachodzi nierówność:

$$x^2 + y^2 + z^2 + \frac{3}{4} \geq x + y + z$$

2. Udowodnij, że dla dowolnych dodatnich liczb rzeczywistych x, y, z zachodzi nierówność:

$$x^3 + y^3 \geq x^2y + xy^2$$

3. Czworokąt $ABCD$ jest kwadratem. Wyznacz długość odcinka EC , jeśli $|AF| = 4$ i $|FB| = 3$ i kąt AFE jest kątem prostym.



KLASY TRZECIE I CZWARTE

1. W okrąg wpisano trapez równoramienny o dłuższej podstawie będącej średnicą okręgu oraz trójkąt, którego boki są równoległe do boków trapezu.

Wykaż, że trapez i trójkąt mają równe pola.

2. Niech d_1, d_2, d_3, d_4 będą odległościami punktu wewnętrznego czworokąta wypukłego od jego wierzchołków.

Wykaż, że

$$d_1 + d_2 + d_3 + d_4 \geq 2\sqrt{2S}$$

gdzie S oznacza pole czworokąta.

3. W trójkącie prostokątnym dane są długości jego przyprostokątnych. Na bokach zbudowano kwadraty, a następnie wyznaczono sześciokąt jak na rysunku. Oblicz pole tego sześciokąta.

