



Zestaw 23

KLASY PIERWSZE I DRUGIE

1. Udowodnij wzór:

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

2. Udowodnij, że dla dowolnej liczby naturalnej n liczba $n^3 + 2n$ jest podzielna przez 3.
3. Udowodnij, że wszystkie liczby postaci 10017, 100117, 1001117,... są podzielne przez 53.

KLASY TRZECIE I CZWARTE

1. Ile jest dodatnich liczb całkowitych, których największy dzielnik właściwy (tzn. dzielnik różny od 1 i od danej liczby) wynosi 91?
2. Dla jakich wielkości parametru k proste: $kx + y = 2$ oraz $x + ky = k + 1$ przetną się we wnętrzu kwadratu, którego punkty A (2, -2) i C (-2, 2) są końcami przekątnej?
3. Dla jakich wartości parametru p równanie

$$\frac{\log(px^2)}{\log(x+1)} = 2$$

ma dokładnie jedno rozwiązanie?