



Zestaw 24

KLASY PIERWSZE I DRUGIE

1. Przypuśćmy, że x i y to dodatnie liczby całkowite spełniające $x^2 + 2y^2 = 2468$. Znajdź x , jeżeli wiadomo, że istnieje dokładnie jedna taka para (x, y) oraz $1234 = 28^2 + 2 \cdot 15^2$.
2. Pudełko czekoladek ma kształt trójkąta równobocznego o boku s cm. Pudełko jest szczelnie wypełnione przez $2n$ czekoladek, z których n jest w kształcie trójkąta równobocznego o boku 1 cm, a n — trójkąta równobocznego o boku 2 cm. Jaka jest najmniejsza możliwa wartość s ?
3. Na swoje 62-dniowe letnie wakacje w lipcu i sierpniu Włodek przygotował dokładny plan, w które dni będzie kłamał, a w które mówił prawdę. Następnie, Włodek k -tego dnia wakacji (dla każdego k od 1 do 62) stwierdzał, że zaplanował kłamanie w co najmniej k dni. Jak wiele spośród tych stwierdzeń było kłamstwami?

KLASY TRZECIE I CZWARTE

1. Powiemy, że dodatnia liczba całkowita n jest cudowna, jeżeli suma cyfr tej liczby jest podzielna przez 17 oraz suma cyfr liczby $n + 10$ także jest podzielna przez 17. Jaka jest najmniejsza liczba cudowna?
2. Podczas zakupów, Sławek zwrócił uwagę na zegarek, który jest zapakowany w przezroczyste prostokątne opakowanie. Zegarek jest tak ułożony, że środek pudełka oraz środek zegarka (tzn. punkt wspólny jego wskazówek) się pokrywają. Krótszy bok opakowania ma długość 3cm. Sławek zauważył, że w południe wskazówka zegarowa wskazuje środek krótszego boku pudełka, a o godzinie pierwszej — róg pudełka. Jak daleko od siebie znajdują się punkty na brzegu opakowania, które są wskazywane przez wskazówkę godzinową o godzinach odpowiednio pierwszej i drugiej?
3. Znajdź największą liczbę pierwszą p mniejszą od 210 o tej własności, że liczba $210 - p$ jest złożona.