



## Zestaw 28

---

### KLASY PIERWSZE I DRUGIE

1. Na płaszczyźnie dane są punkty  $A, B, C, D$ . Punkt  $B$  jest środkiem odcinka  $AC$ , oraz  $|AB| = |BC| = |BD| = 17$  i  $|AD| = 16$ . Oblicz długość odcinka  $CD$ .
2. Czworokąt  $ABCD$  jest wpisany w okrąg  $\omega$ . Wykazać, że dwusieczne kątów  $ACB$  i  $ADB$  przecinają się w punkcie leżącym na okręgu  $\omega$ .
3. Dany jest trójkąt ostrokątny  $ABC$ , przy czym  $\sphericalangle ACB = 60^\circ$ . Punkty  $D$  i  $E$  są rzutami prostokątnymi odpowiednio punktów  $A$  i  $B$  na proste  $BC$  i  $AC$ . Punkt  $M$  jest środkiem boku  $AB$ . Wykazać, że trójkąt  $DEM$  jest równoboczny.

### KLASY TRZECIE I CZWARTE

1. Suma liczb dodatnich  $a, b, c$  jest równa 1. Udowodnić, że

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2\sqrt{3abc} \leq 1$$

1. Znajdź taką najmniejszą liczbę naturalną  $n$ , aby liczby  $n + 1$  oraz  $n - 50$  były kwadratami liczb naturalnych.
2. Wykaż, że dla  $a \in R$

$$a^8 + a^2 + 1 > a^5 + a$$