



Zestaw 32

KLASY PIERWSZE I DRUGIE

1. W trójkącie prostokątnym suma długości przyprostokątnych wynosi $\sqrt{18}$, a przeciwprostokątna ma długość 4. Oblicz pole tego trójkąta.
2. Dany jest kwadrat ABCD o boku 1 oraz prosta l przechodząca przez jego środek. Niech a, b, c, d oznaczają odpowiednio odległości punktów A, B, C, D od prostej l . Wykaż, że $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 1$.
3. Czy istnieje trójkąt prostokątny, którego jeden z boków ma długość 2026, a długości pozostałych boków wyrażają się liczbami całkowitymi?

KLASY TRZECIE I CZWARTE

1. Suma liczb dodatnich a, b, c jest równa 1. Udowodnić, że
$$a^2 + b^2 + c^2 + 2\sqrt{3abc} \leq 1$$
1. Znajdź taką najmniejszą liczbę naturalną n , aby liczby $n + 1$ oraz $n - 50$ były kwadratami liczb naturalnych.
2. Wykaż, że dla $a \in R$

$$a^8 + a^2 + 1 > a^5 + a$$