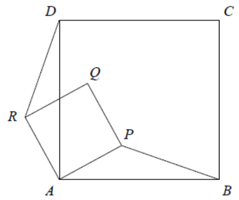
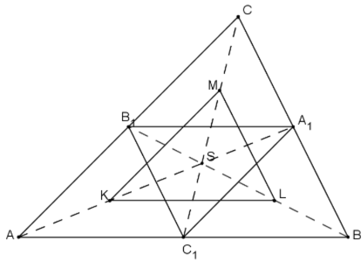
## Zestaw 33

### KLASY PIERWSZE I DRUGIE




1. Czworokąty ABCD i APQR są kwadratami (patrz rysunek). Udowodnij, że $|BP| = |DR|$ .




2. Punkt S jest środkiem ciężkości trójkąta ABC, punkty A1, B1, C1 są odpowiednio środkami boków BC, AC, AB, zaś punkty K, L, M – środkami odcinków SA, SB, SC (rysunek obok).
Wykaż, że $\varDelta A_1B_1C_1 \equiv \varDelta KLM$.

3. Oblicz wartość ułamka $\frac{36\cdot 18^n-8\cdot 2^{n-4}\cdot 9^n-3^{n+1}\cdot 6^{n+1}}{18^{n-1}}$, gdzie $n$ jest liczbą naturalną.

### KLASY TRZECIE I CZWARTE

1. Oblicz $\sqrt{\underbrace{44\ldots4}_{2n}+\underbrace{11\ldots1}_{n+1}-\underbrace{66\ldots6}_{n}}$

2. Udowodnij, że istnieje nieskończenie wiele trójek $(a,b,c)$ dodatnich liczb całkowitych spełniających równość.

$$a^3+3b^6=c^2$$

3. Dany jest okrąg $o$ i jego cięciwa $AB$ niebędąca średnicą. Na okręgu $o$ wybieramy punkt $P$, różny od punktów $A$ i $B$. Punkty $Q$ i $R$ leżą odpowiednio na prostych $PA$ i $PB$, przy czym $QP = QB$ oraz $RP = RA$. Punkt $M$ jest środkiem odcinka $QR$. Wykazać, że wszystkie uzyskane w ten sposób proste $PM$ (odpowiadające różnym położeniom punktu $P$ na okręgu $o$) mają punkt wspólny.

*Rozwiązania należy oddać do środy 3 czerwca do godziny 15.10 koordynatorowi konkursu panu Jarosławowi Szczepaniakowi lub przesłać na adres [jareksz@interia.pl](mailto:jareksz@interia.pl) do północy w piątek 5 czerwca.*