



Zestaw 3

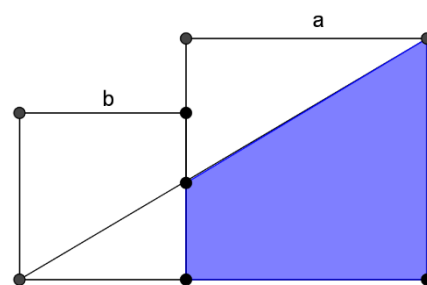
KLASY PIERWSZE I DRUGIE

1. Rozwiąż w liczbach całkowitych równanie

$$x \cdot y \cdot (x + 2023y) = 2023^{2023}$$

2. Dane są dwa kwadraty, jeden przy drugim, o bokach a i b . Wyznacz stosunek pól: zamalowanej części dużego kwadratu i tegoż kwadratu.

3. Wiadomo, że $x + \frac{1}{x} = 12$. Ile wynosi $x^2 + \frac{1}{x^2}$?



KLASY TRZECIE I CZWARTE

1. Współczynniki a, b, c, d wielomianu $W(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ są liczbami całkowitymi nieparzystymi. Udowodnić, że wielomian ten nie posiada pierwiastków całkowitych.

2. Wykaż, że liczba $3^{54} - 3^{27} \cdot 2^{12} + 2^{24}$ jest złożona.

3. W czworokącie wypukłym środki boków połączono z wierzchołkami tak, jak na rysunku. Udowodnij, że pole czerwonego czworokąta jest równe sumie pól niebieskich trójkątów.

