



Zestaw 5

KLASY PIERWSZE I DRUGIE

1. Uzasadnij, że liczba $\frac{6+6^2+6^3+\dots+6^{2026}}{7}$ jest liczbą całkowitą.
2. Rozstrzygnij, czy istnieją nieujemne liczby całkowite a, b, n , dla których
$$a^2 - b^2 = 2 \cdot 3^n$$
3. Która liczba jest większa $3^{100} - 2^{150}$ czy $3^{50} + 2^{75}$? Odpowiedź uzasadnij.

KLASY TRZECIE I CZWARTE

1. Wykaż, że w trójkącie o bokach a, b, c i wysokościach odpowiednio h_a, h_b, h_c zachodzi równość

$$(a + b + c) \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) = (h_a + h_b + h_c) \cdot \left(\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} \right)$$

2. Dwusieczne kątów BAC i ABC trójkąta ABC przecinają przeciwległe boki tego trójkąta odpowiednio w punktach D i E . Wiedząc, że $AE + BD = AB$, wyznacz miarę kąta ACB .
3. Cyfry rozwinięcia dziesiętnego liczb 2^{2026} i 5^{2026} wypisano kolejno jedna za drugą. Oblicz, ile zapisano cyfr.